

### Системы счисления

Для того, чтобы разобраться, как хранится и обрабатывается информация в компьютере, познакомимся сначала с понятием *система счисления* и с основами двоичной арифметики.

**Система счисления** — это способ записи чисел с помощью заданного набора специальных знаков.

Знаки, используемые при записи чисел, называются **цифрами**.

Система счисления — это способ представления чисел и соответствующие ему правила действия над числами. Разнообразные системы счисления, которые существовали раньше и которые используются в наше время, можно разделить на *непозиционные* и *позиционные*.

В **непозиционных** системах счисления численное значение цифры **не зависит** от ее положения в числе (в записи числа) и определяется лишь самим символом.

от положения цифры не зависит величина, которую она обозначает.

Примером непозиционной системы счисления является римская система (римские цифры). В римской системе в качестве цифр используются латинские буквы:

I	1
II	2
III	3
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Число  $\overbrace{\text{MCMXCVIII}} = 1998$

1000 900 90

**Пример 1.** Число **ССХХХII** складывается из двух сотен, трех десятков и двух единиц и равно двумстам тридцати двум.

В римских числах цифры записываются слева направо в порядке убывания. В таком случае их значения складываются. Если же слева записана меньшая цифра, а справа — большая, то их значения вычитаются.

$$\text{VI} = 5 + 1 = 6, \text{ а IV} = 5 - 1 = 4.$$

$$\text{MCMXCVIII} = 1000 + (-100 + 1000) + (-10 + 100) + 5 + 1 + 1 + 1 = 1998.$$

В **позиционных** системах счисления численное значение цифры определяется позицией (разрядом), которую она занимает в ряду цифр, образующих данное число.

Разряд числа возрастает от младших разрядов к старшим справа налево.

**В позиционных системах счисления** величина, обозначаемая цифрой в записи числа, зависит от ее позиции. Количество используемых цифр называется **основанием** позиционной системы счисления.

Система счисления, применяемая в современной математике, является позиционной десятичной системой. Ее основание равно десяти, т. к. запись любых чисел производится с помощью десяти цифр:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.$$

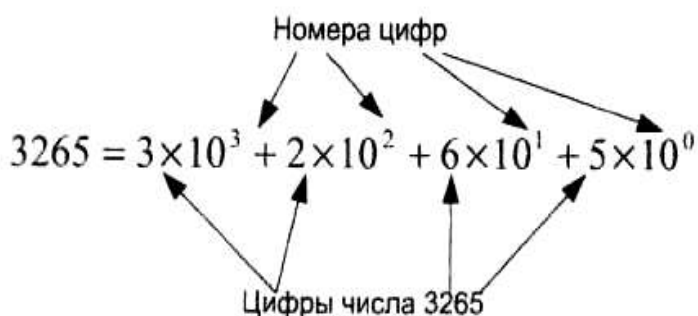
Она пришла из Индии, где появилась не позднее VI в. н. э.

Рассмотрим три числа: 153, 531, 315. Они различны, хотя в них участвуют одни и те же цифры. Различаются же записи расположением цифр, — иными словами, тем, какую позицию занимает та или иная цифра. Отсюда и пошло название такой системы — позиционная система.

В первом числе (153) единица — это не просто единица, а одна сотня. Пятерка соответственно умножается на десять, а вот тройка — тройка и есть. Иными словами, число 153 можно записать в виде:

$$153 = 100 + 50 + 3 \quad \text{или} \quad 153 = 1 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 3 \times 10^0.$$

**Важно помнить : если  $X$  — любое не равное нулю число, то  $X^0 = 1$**



Запишем в виде суммы еще одно число, например 3265, и рассмотрим его внимательно. В числе 3265 имеются 5 единиц, 6 десятков, 2 сотни и 3 тысячи. Каждую цифру в числе пронумеруем справа налево, начиная нумерацию

с нуля. Цифра 5 получит номер 0, цифра 6 — номер 1, 2 — номер 2, 3 — номер 3.

Эти номера являются показателями степеней числа 10 в следующей записи:

Очевидно, что в десятичной системе число 10 и его степени: 10, 100, 1000, и т. д. играют особую роль. Как выглядит счет в десятичной системе?

$$0, 1, 2, 3, \dots, 9, 10 \dots$$

Обратите внимание: Как только нам не хватило цифры (цифры 10 нет!), появилась единица в старшем разряде — разряде десятков и ноль в младшем.

Мы получили *первую степень* числа 10 — основания десятичной системы ( $10=10^1$ ). Числа стали состоять из двух цифр. Считая дальше, действуем аналогично:

$$\dots 97, 98, 99, 100, \dots \quad 100 = 10^2 \text{ — вторая степень числа } 10. \text{ Числа стали трехзначными. И т.д.}$$

Таким образом, в позиционных системах счисления вес (значение) каждой цифры меняется в зависимости от ее позиции в записи числа.

Обратите внимание на шестнадцатеричную систему счисления. В ней цифры после 9 обозначаются латинскими буквами. Каждая буква имеет числовое значение.

двоичная –	0 1
троичная –	0 1 2
четверичная –	0 1 2 3
пятеричная –	0 1 2 3 4
шестеричная –	0 1 2 3 4 5
семеричная –	0 1 2 3 4 5 6
восьмеричная –	0 1 2 3 4 5 6 7
десятичная –	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
шестнадцатеричная –	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

A=10 B=11 C=12 D=13 E=14 F=15. При выполнении вычислений в шестнадцатеричной системе счисления вместо буквы подставляют ее числовое значение.

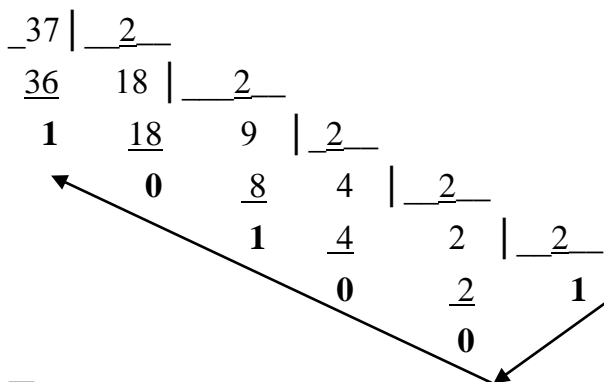
**Перевод десятичных чисел в другие системы счисления**

1. Основание новой системы счисления выразить цифрами исходной (десятичной) системы счисления и все последующие действия производить в десятичной системе счисления.

2. Последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления **до тех пор**, пока не получим частное, меньшее делителя.

3. Полученные остатки являются цифрами числа в новой системе счисления.

4. Записать число в новой системе счисления, начиная с последнего частного.



$37_{10} = 100101_2$

**Перевод чисел из других систем счисления в десятичную систему счисления**

Чтобы перевести число из другой позиционной системы счисления в десятичную, надо представить его в виде суммы произведений степеней основания исходной системы счисления на цифры числа.

Для этого нужно пронумеровать позиции числа справа налево.

Каждую цифру числа нужно соответственно умножить на основание исходной системы счисления, возведенное в степень, равную номеру позиции, на которой стоит цифра числа и сложить полученные произведения.

2 1 0

$101_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 4 + 0 + 1 = 5_{10}$

Задания

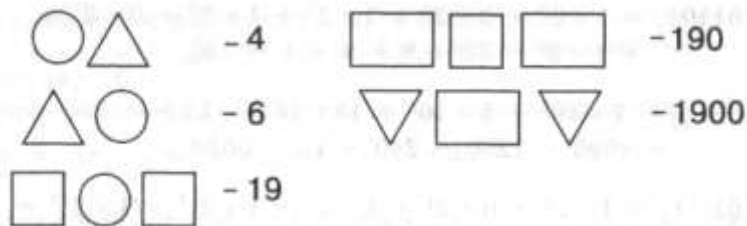


В старину на Руси широко применялась система счисления, отдаленно напоминающая римскую. С ее помощью сборщики податей заполняли квитанции об уплате податей. Для записи чисел употреблялись следующие знаки: звезда — тысяча рублей, колесо — сто рублей, квадрат — десять рублей, X — один рубль, ШШШШ — десять копеек, I — копейка.

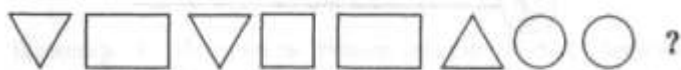
Запишите с помощью старинной русской системы счисления сумму 3452 рубля 43 копейки.



В некоторой системе счисления цифры имеют форму различных геометрических фигур. На рисунке приведены некоторые числа, записанные в этой системе счисления:



Какому числу соответствует следующая запись



Выпишите алфавиты в 5-ричной, 7-ричной, 12-ричной системах счисления.



Запишите первые 20 чисел натурального числового ряда в двоичной, 5-ричной, 8-ричной, 16-ричной системах счисления.



Запишите в десятичной системе счисления числа:  
 1)  $A_{5=}$  34,1;  $A_3 = 221$ ; 2)  $A_7 = 120$ ;  $A_{16} = E41AD2$ .



Запишите десятичный эквивалент числа 10101, если считать его написанным во всех системах



Какое минимальное основание должна иметь система счисления, если в ней могут быть записаны числа: 10, 21, 201, 1201, 403, 561, 666, 125, 22, 984, 1010, A219?