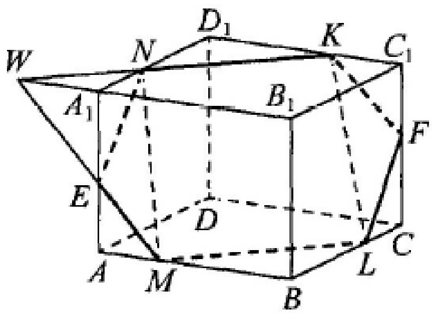
14 В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро AA_1 равно $4\sqrt{3}$. На рёбрах AB, A_1D_1 и C_1D_1 отмечены точки M, N и K соответственно, причём $AM = A_1N = C_1K = 1$.

а) Пусть L — точка пересечения плоскости MNK с ребром BC. Докажите, что $MNKL$ — квадрат.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK.

Решение.



а) Плоскость MNK пересекает плоскости оснований $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ по параллельным прямым, значит, прямые NK и ML параллельны и $CL = 1$.

Вычислим стороны и диагонали четырёхугольника $MNKL$:

$$NK = ML = \sqrt{MB^2 + BL^2} = 5\sqrt{2},$$

$$LK = MN = \sqrt{MA^2 + AA_1^2 + A_1N^2} = 5\sqrt{2},$$

$$MK = \sqrt{(MB - KC_1)^2 + BC^2 + CC_1^2} = \sqrt{(BL - NA_1)^2 + AB^2 + AA_1^2} = LN.$$

Поэтому $MNKL$ — квадрат.

б) Пусть W — точка пересечения прямых NK и A_1B_1. Тогда $WA_1 = NA_1 = MA$, поэтому прямая WM, а значит и плоскость MNK, пересекает ребро AA_1 в его середине E. Аналогично, плоскость MNK пересекает ребро CC_1 в его середине F.

В прямоугольнике $AEFC$ имеем $EF = AC = 6\sqrt{2}$. Сечение $MENKFL$ состоит из двух равных трапеций $ENKF$ и $EMLF$, причём прямая MN перпендикулярна их основаниям. Значит, искомая площадь равна

$$2 \cdot \frac{ML + EF}{2} \cdot \frac{MN}{2} = 55.$$

Ответ: б) 55.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2