

вариант 1

1. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_{\text{п}} = 15^{\circ}\text{C}$, через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой $T_{\text{в}} = 91^{\circ}\text{C}$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,6$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м),

вода охлаждается до температуры T ($^{\circ}\text{C}$), причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{п}}}{T - T_{\text{п}}}$ (м),

где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ — теплоемкость воды, $\gamma = 28 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 0,8$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 144 м?

2. Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по

формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 192 километров? Ответ выразите в метрах.

3. Коэффициент полезного действия (КПД) кормозапарника равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой $m_{\text{в}}$ (в килограммах) от температуры t_1 до температуры t_2 (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массы $m_{\text{др}}$ кг. Он определяется форму-

лой $\eta = \frac{c_{\text{в}} m_{\text{в}} (t_2 - t_1)}{q_{\text{др}} m_{\text{др}}} \cdot 100\%$, где $c_{\text{в}} = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К) — теплоемкость воды, $q_{\text{др}} = 8,3 \cdot 10^6$ Дж/кг — удельная теплота сгорания дров. Определите наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в кормозапарнике, чтобы нагреть $m = 166$ кг воды от 10°C до кипения, если известно, что КПД кормозапарника не больше 14%. Ответ выразите в килограммах.

4. Трактор тащит сани с силой $F = 80$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной $S = 50$ м вычисляется по формуле $A = FS \cos \alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) совершенная работа будет не менее 2000 кДж?

5. Водолазный колокол, содержащий $\nu = 2$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1,75$ атмосфер, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой

при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где

— $\alpha = 13,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, $T = 300$ К температура воздуха. Найдите, какое давление (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15 960 Дж.

6. Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры: $P = \sigma S T^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь

$S = \frac{1}{125} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P не менее $2,85 \cdot 10^{25}$ Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

7. Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью $v = 3,6$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает

ехать со скоростью $u = \frac{m}{m+M} v \cos \alpha$ (м/с), где $m = 70$ кг — масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 350$ кг — масса платформы. Под каким максимальным углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,3 м/с?

8. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1350$ К, $a = -7,5$ К/мин², $b = 105$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1650 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

Задание 10 вариант 2

1. Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется

формулой
$$H = \frac{v_0^2}{4g} (1 - \cos 2\alpha)$$
, где $v_0 = 8$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 0,6 м на расстоянии 1 м?

2. Автомобиль, масса которого равна $m = 2160$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $S = 500$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю,

равно $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, не меньше 2400 Н. Ответ выразите в секундах.

3. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное

в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле
$$l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$$
, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 5,6 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 10,4 километров?

4. Расстояние (в км) от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле

$$l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$$
, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 6,4 километров?

5. Катер должен пересечь реку шириной $L = 49$ м и со скоростью течения $u = 0,7$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением

$$t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$$
, где α — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 70 с?

6. Трактор тащит сани с силой $F = 40$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Мощность (в киловаттах) трактора при скорости $v = 3$ м/с равна $N = Fv \cos \alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) эта мощность будет не менее 60 кВт?

7. Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 400$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 200$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 500\,000$ руб. в месяц. Месячная

операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите наименьший месячный объем производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 1 000 000 руб.

8. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 749 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая

в м/с, определяется по формуле $v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с – скорость звука в воде, f_0 – частота испускаемых импульсов (в МГц), f – частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приемником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отраженного сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 2 м/с.

Задание 10 вариант 3

1. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 440$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости

тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c – скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315$ м/с. Ответ выразите в м/с.

2. Расстояние (в км) от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h километров над землей, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ (км) — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 4 километра? Ответ выразите в километрах.

3. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = \text{const}$, где p — давление в газе в паскалях, V — объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом

(для него $k = \frac{4}{3}$) из начального состояния, в котором $\text{const} = 2,56 \cdot 10^6$ Па · м⁴, газ начинают сжимать. Какой наибольший объем V может занимать газ при давлениях p не ниже $6,25 \cdot 10^6$ Па? Ответ выразите в кубических метрах.

4. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 81$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 24$ км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города, изме-

ряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 21 км от города. Ответ выразите в минутах.

5. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 7,5 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

6. При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

, где $l_0 = 5$ м – длина покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^8$ км/с – скорость света, а v – скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 4 м? Ответ выразите в км/с.

7. Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 5 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 4 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 12$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ)

за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,4$ — постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 28 с?

8. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 110 км/ч.
2
Ответ выразите в км/ч .